

Brèves communications - Kurze Mitteilungen Brevi comunicazioni - Brief Reports

Les auteurs sont seuls responsables des opinions exprimées dans ces communications. — Für die kurzen Mitteilungen ist ausschließlich der Autor verantwortlich. — Per le brevi comunicazioni è responsabile solo l'autore. — The editors do not hold themselves responsible for the opinions expressed by their correspondents.

Zur numerischen Berechnung der Sterbewahrscheinlichkeit aus der Sterbeintensität

Die Berechnung der Sterbeintensität aus der Sterbewahrscheinlichkeit bietet formal keine Schwierigkeiten. Unstimmigkeiten können indessen in den tiefsten und höchsten Altern auftreten, weil es für die Randwerte der Sterbetafel (sofern diese nicht etwa durch einen analytischen Ausdruck gegeben ist) schwer hält, den geeigneten Ansatz zur numerischen Differentiation zu erkennen.

Die Umkehrung der Aufgabe, die Berechnung also der Sterbewahrscheinlichkeit aus der Sterbeintensität, ist bis heute kaum untersucht worden; sie hat auszugehen von der Beziehung

$$q_x = 1 - \exp \left(- \int_0^x \mu_x + r \, dx \right). \quad (1)$$

Sofern die Sterbetafel (d. h. die Reihe der μ_x) durch einen analytischen Ausdruck festgelegt ist, bedarf die Lösung keiner Verdeutlichung. Sind jedoch die μ_x , wie es meist der Fall ist, nur für die ganzzahligen Alter x bekannt, so muß (1) durch numerische Integration ausgewertet werden. Diese Auswertung kann, ohne sich dabei der Form nach der Mittel der numerischen Integration zu bedienen, wie folgt geschehen.

Aus der Differenzenrechnung ist bekannt, daß

$$(1 + \Delta) f(x) = e^D f(x) = \left(1 + D + \frac{D^2}{2!} + \frac{D^3}{3!} + \dots \right) f(x). \quad (2)$$

Wird für $f(x)$ die Überlebensordnung l_x eingesetzt und beachtet, daß

$$\frac{\Delta l_x}{l_x} = -q_x \quad \text{und} \quad \frac{l'_x}{l_x} = -\mu_x,$$

so folgt aus (2)

$$q_x = \mu_x - \frac{1}{2!} \cdot \frac{l''_x}{l_x} - \frac{1}{3!} \cdot \frac{l'''_x}{l_x} - \dots \quad (3)$$

Man kann sich weiter leicht überzeugen, daß

$$\frac{l''_x}{l_x} = \mu_x^2 - \mu_x'$$

und

$$\frac{l'''_x}{l_x} = 3\mu_x \mu_x' - \mu_x^2 - \mu_x^3.$$

Beschränkt man sich in (3) auf die ersten drei Glieder, so wird

$$q_x = \mu_x - \frac{\mu_x^2}{2} + \frac{\mu_x^3}{6} + \frac{\mu_x'(1-\mu_x)}{2} + \frac{\mu_x''}{6}. \quad (4)$$

Zur Bestimmung von μ_x' und μ_x'' ist es geboten, Funktionswerte zu verwenden, deren Argumente möglichst symmetrisch zum Argument liegen, für welches die Ableitung gesucht wird. Dieser Forderung entspricht die Formel von GAUSS. Bei Beschränkung auf höchstens

dritte Differenzen ist

$$\mu_x' = \Delta \mu_x - \frac{1}{2} \Delta^2 \mu_{x-1} - \frac{1}{6} \Delta^3 \mu_{x-1} \quad (5)$$

und

$$\mu_x'' = \Delta^2 \mu_{x-1}. \quad (6)$$

Kontrollrechnungen nach Formel (4) unter Beachtung von (5) und (6) mit der Sterbetafel SM 1939/44 ergaben für die Alter von 3 Jahren aufwärts bis zu 90 Jahren völlige Übereinstimmung mit den genauen Werten. Die übrigen Alter scheiden für die Prüfung aus, weil die tabellierten Werte q_x und μ_x infolge der eingangs erwähnten Unsicherheit bei der numerischen Differentiation einander nicht zweifelsfrei entsprechen.

E. ZWINGGI

Versicherungstechnische Abteilung des Mathematischen Seminars der Universität Basel, den 10. Oktober 1950.

Summary

A method is given for the calculation of the rate of mortality from the force of mortality.

Beitrag zum Phänomen der blauen Sonne

Am 27. September 1950 wurde in verschiedenen Teilen der Schweiz, aber auch in weit auseinanderliegenden Ländern Europas, wie Dänemark, England und Portugal, das seltsame Phänomen beobachtet, daß die Sonnenscheibe blau erschien. Es dürfte sich hierbei um einen ziemlich seltenen Vorgang handeln, wenngleich diese Erscheinung in der Literatur schon mehrfach erwähnt worden ist.

So findet sich 1831 in Poggendorffs Annalen in einem Bericht von BREWSTER¹ folgende, auf L. DUFOUR² zurückgehende Beobachtung aus Südfrankreich³: «Nachmittags um 5 Uhr stand die Sonne zunächst strahllos weiß am Himmel, wie der Mond anzusehen, so daß man sie ohne Anstrengung betrachten konnte. Eine Stunde darauf nahm sie zu diesem Ansehn noch eine entschieden blaßblaue Farbe an und die von ihr beschienenen Gegenstände erhielten auch eine bläuliche Farbe, während der Horizont an ihrem Untergangsort lebhaft rot war.» Auch bei andern Spezialisten der atmosphärischen Trübungsforischung und der meteorologischen Optik, wie KISSLING⁴, PERNTER und EXNER⁵ sowie LINKE⁶, sind kurze Hinweise auf beobachtete Fälle von blauer oder grüner Sonnenfärbung zu finden, allerdings ohne genauere Beschreibung oder Erklärung.

¹ D. BREWSTER, *Über eine neue Zerlegung des Sonnenlichtes*, Pogg. Ann. Phys. Chem. 23, 435, spez. 443 (1831).

² L. DUFOUR, Journ. chim. méd. An. 1831, 758.

³ Vgl. auch MAX BARTH, *Beiträge zur experimentellen Erweiterung von Goethes Farbenlehre* (Dornach 1944, S. 27).

⁴ J. KISSLING, *Beiträge zu einer Chronik ungewöhnlicher Sonnen- und Himmelsfärbungen*, Abh. Gebiet Naturwiss. Hamburg 10, Nr. 3 (1887); vgl. Ref. Meteorol. Z. 5 [58] (1888).

⁵ J.M. PERNTER und F.M. EXNER, *Meteorologische Optik*, 2. Aufl., Wien und Leipzig 1922, S. 900.

⁶ F. LINKE, *Handbuch der Geophysik*, Bd. 8: *Strahlung*, Berlin 1942, S. 517.